



Designnotat

Tittel: Design av anti-aliasing filter

Forfattere: Hans Jakob Vahlin

Versjon: 3.0

Dato: 02.12.18

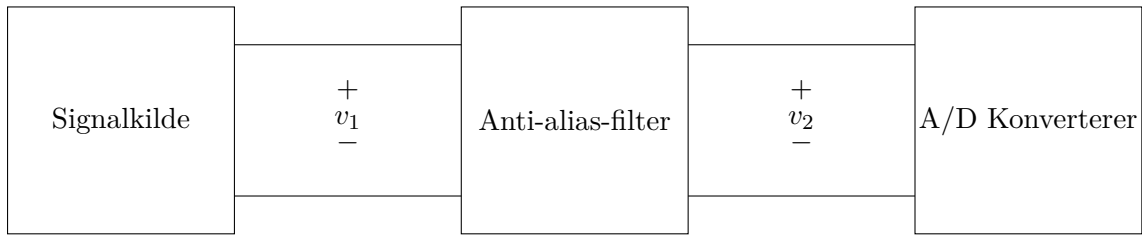
Innhold

1 Innledning	1
2 Prinsipiell løsning	2
3 Realisering og test	4
4 Konklusjon	7
Referanser	7

1 Innledning

Mye av signalbehandlingen i elektroniske system blir i dag gjort digitalt. Etersom inngangssignalene til systemet som regel er analoge, er det nødvendig å punktpørve signalene, slik at de kan bli representert digitalt. Nyqvists samplingsteorem sier at for å gjenskape signalet må punktpørvningsfrekvensen, f_s være dobbelt så stor som den høyeste frekvensen til signalet. Dersom signaler med frekvens større enn $\frac{f_s}{2}$ blir sendt inn i systemet, vil ulike signaler bli umulig å skille fra hverandre, og *aliasing* vil oppstå. Ved og plassere et *Anti-Aliasing* filter på inngangen til AD-konverteren, kan det innkommende signalet båndbegreses til $B = \frac{f_s}{2}$. Ideelt sett er det ønskelig at alle frekvenser over $\frac{f_s}{2}$ fjernes totalt. Det er ikke realiserbart, men det er heller ikke nødvendig. Det er ofte bare nødvendig at frekvenser over $\frac{f_s}{2}$ dempes med en viss faktor [1].

I dette designnotatet skal det diskuteres designet av et slikt anti-aliasing filter. Figur 1 viser det overordnede systemet. (Det er kun anti-alias-filteret som vil bli diskutert, ikke AD-Konverterer). Filteret skal tilpasses en vilkårlig punktpørvningsfrekvens f_s og skal følgelig dempe alle frekvenser over $\frac{f_s}{2}$ med en faktor A . Filterets knekkfrekvens f_c , skal oppfylle $f_c \geq 0.75 \cdot \frac{f_s}{2}$. Knekkfrekvensen f_c defineres som frekvensen hvor filteret gir den demping på 3dB.



Figur 1: Blokkskjema av systemet som skal designes. Bare design av Anti-alias-filter vil bli diskutert.

2 Prinsipiell løsning

Båndbegrensningen til anti-aliasing filteret beskrevet i kapittel 1 kan oppnås ved et lavpassfilter. Et anti-aliasing filter ikke skal påvirke frekvenser mindre enn $\frac{f_s}{2}$ og det er derfor ønskelig at lavpassfilteret har et maksimalt flatt passbånd. Følgelig vil et Butterworth lavpass filter bli benyttet, ettersom det er optimalisert for flatest mulig passbånd.

Et Butterworth filter av n -te orden, vil ha en amplituderespons, $|H(j2\pi f)|$, gitt ved

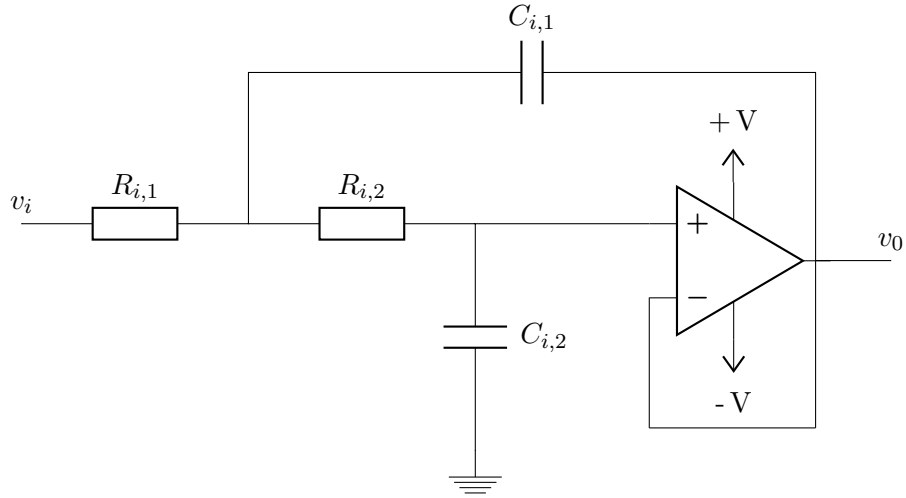
$$|H(j2\pi f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_c})^{2n}}} \quad (1)$$

hvor f_c er filterets knekkfrekvens. Dersom $A[\text{dB}] = 20 \log_{10} |H(j2\pi f)|$, representerer filterets demping ved en gitt frekvens, f , kan (1) løses med hensyn på filterets orden n .

$$n = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln(A^{-2} - 1)}{\ln(\frac{f}{f_c})} \quad (2)$$

Likning (2) gir ordenen på filteret, n , som trengs for og tilfredsstillende systemkravene beskrevet i kapittel 1.

For å realisere et n -te orden Butterworth lavpass filter, kaskadekobles N antall delsystem med en *Sallen-Key* topologi, vist i Figur 2.

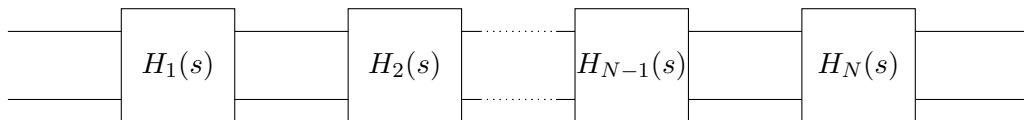


Figur 2: Sallen-Key topologien som kaskadekobles for å realisere et n -te ordens Butterworth lavpass filter.

Sallen-Key topologien vist i Figur 2 vil være et system av 2.orden. Følgelig trengs en kaskadekobling med $N = \frac{n}{2}$ antall delsystemer for å realisere et n -te ordens Butterworth lavpass filter.

Dersom delsystemene kaskadekobles som illustrert i Figur 3, vil den totale systemfunksjonen til systemet, $H(s)$, være produktet av systemfunksjonene til hvert enkelt delsystem, $H_i(s) \forall i \in \{1, N\}$, gjengitt i likning (3).

$$H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot \dots \cdot H_{N-1}(s) \cdot H_N(s) \quad (3)$$



Figur 3: Kaskadekobling av N antall delsystemer med systemfunksjon $H_i(s)$

Delsystem nr i i kaskedekoplingen, med Sallen-Key topologien som vist i Figur 2 vil ha en systemfunksjon $H_i(s)$ gitt ved

$$H_i(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\omega_0\zeta_i s + \omega_0^2} \quad (4)$$

hvor vinkelknekkfrekvensen $\omega_0 = 2\pi f_c$, felles for alle delsystemer, er gitt ved,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_{i,1}C_{i,1}R_{i,2}C_{i,2}}} \quad (5)$$

Den relative dempningsfaktoren ζ_i , unik for hvert delsystem, vil være gitt ved,

$$\zeta_i = \frac{1}{\omega_0 R_{i,1} C_{i,1}} \quad (6)$$

Ved og studere polplasseringen til et n -te ordens Butterworth lavpass filter, kan det i tillegg til (6) utledes et uttrykk for ζ_i til hvert enkelt delsystem.

$$\zeta_i = \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{n})i \quad \forall n \text{ odde} \\ \cos(\frac{\pi}{2n} + (j-1)\frac{\pi}{n}) \quad \forall n \text{ jevne} \end{cases} \quad (7)$$

Ved og løse (5) og (6) med hensyn på kondensatorene, kan følgende uttrykk for $C_{i,1}$ og $C_{i,2}$ bestemmes.

$$C_{i,1} = \frac{1}{\omega_0 R_{i,1} \zeta_i} \quad (8)$$

$$C_{i,2} = \frac{1}{R_{i,1} C_{i,1} R_{i,2} \omega_0^2} \quad (9)$$

Ved og bestemme passende verdier for $R_{i,1}$ og $R_{i,2}$, samt beregne ζ_i fra (7), kan kondensatorverdier bli beregnet, og systemet kan realiseres.

3 Realisering og test

Anti-aliasing filteret skal testes mot en punktprøvningsfrekvens, $f_s = 8.5\text{kHz}$. Det blir satt krav om at alle frekvenser over punktprøvningsfrekvensen skal dempes med en faktor $A = 10\text{dB}$. Følgelig må knekkfrekvensen til filteret oppfylle, $f_c \geq 0.75 \cdot \frac{f_s}{2} = 3.19\text{kHz}$.

Under realiseringen av systemet ble operasjonsforsterkeren LF353P fra Texas Instruments [3] benyttet. Et oscilloskop ble sammen med programmet Digital Waveforms [2] brukt til måling og analyse av resultatet.

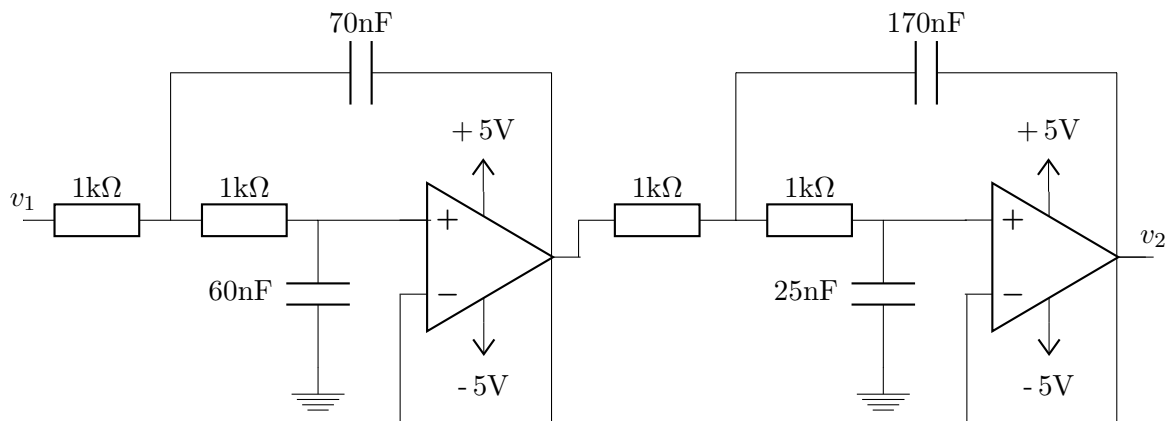
Med overnevnte kravspesifikasjoner innsatt i (2) ble filterets orden beregnet til $n = 4$. Følgelig trengs 2 stk delsystemer med Sallen-Key topologi. Fra (7) ble de relative dempningsfaktorene ζ_1 og ζ_2 beregnet til

$$\begin{cases} \zeta_1 = 0.92388 \\ \zeta_2 = 0.3826 \end{cases}$$

Motstandverdiene $R_{i,1}$ og $R_{i,2}$ ble tilpasset operasjonsforsterkeren, og ble bestemt til $R_{i,1} = R_{i,2} = 1\text{k}\Omega$. Fra (8) og (9) følger det at

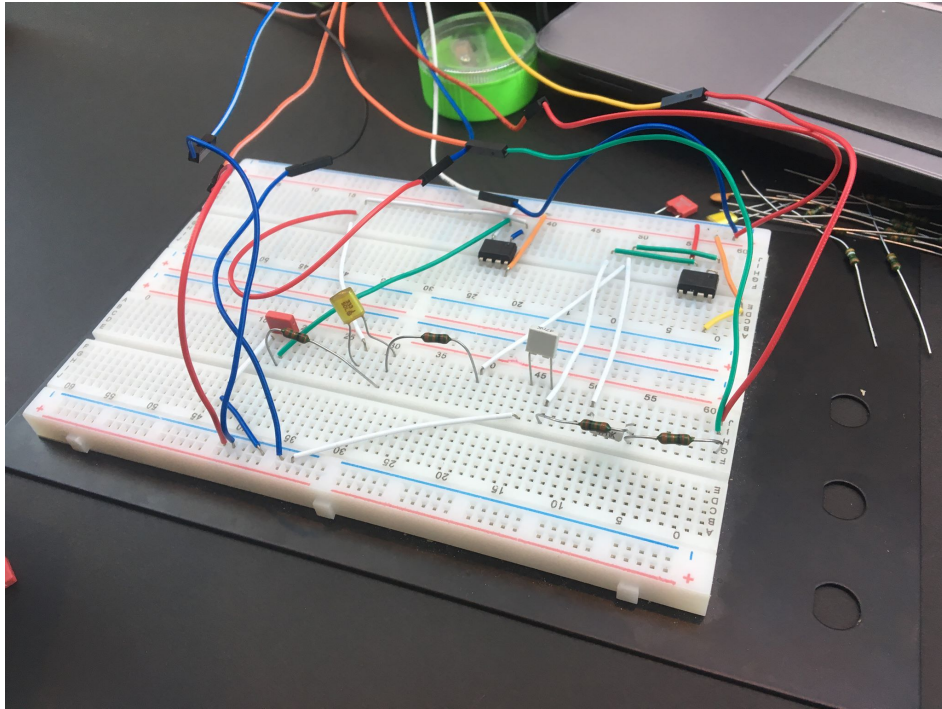
$$\begin{cases} C_{1,1} = 71\text{nF} \\ C_{1,2} = 61\text{nF} \\ C_{2,1} = 173\text{nF} \\ C_{2,2} = 25\text{nF} \end{cases}$$

En forsyningspenning $V_F = \pm 5\text{V}$ ble brukt på operasjonsforsterkerne. Figur 4 viser skjema for hele systemet, med komponentverdier brukt under realiseringen av systemet.



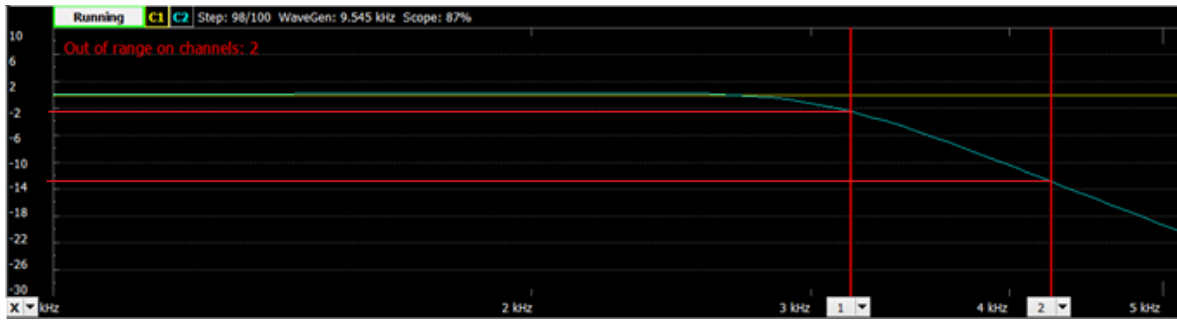
Figur 4: Kretsskjema for 4.ordens Butterworth lavpassfilter, med realiserte komponentverdier.

Figur 5 viser det realiserte systemet.



Figur 5: Realiseringen av systemet

Under testing ble frekvenser fra 0Hz til 10kHz sendt gjennom systemet. Resultatet fra testingen, systemets amplituderrespons, er vist i Figur 6.



Figur 6: Amplituderresponsen til systemet.

Som Figur 6 viser, er det ved halve punktprøvningsfrekvensen, $\frac{f_s}{2} = 4.24\text{kHz}$ en dempningsfaktor $A = -12.5\text{dB}$. Ved minimal tilatt knekkfrekvens, (3.19kHz) er dempningen på 2.5dB. Systemets faktiske knekkfrekvens er $f_c \approx 3.4\text{kHz}$. Dette er godt innenfor kravspesifikasjonene.

4 Konklusjon

Det har blitt designet et anti-aliasing filter ved bruk av et 4.ordens Butterworth lavpass filter. Anti-aliasing filteret oppfører seg som kravspesifikasjonen angir. Ved $\frac{f_s}{2} = 4.25kHz$ var det ønskelig med en dempning på minst $10dB$. Systemet innfrir dette kravet. Systemet innfrir også kravet om en knekkfrekvens, $f_c \geq 0.75 \cdot \frac{f_s}{2} = 3.19kHz$. Knekkfrekvensen til systemet er $\approx 3.4kHz$.

Referanser

- [1] Institutt for elektroniske systemer NTNU, *Anti-alias filter*, NTNU, 2018,
- [2] Digilent *Waveforms software - Product description*
Hentet 10 Jan 2018.
<https://store.digilentinc.com/waveforms-previously-waveforms-2015/>
- [3] Texas Instrument *LF353P Datasheet* Mars 2013.